



**Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΑΛΓΕΒΡΑ**

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A.1.** Να αποδείξετε ότι ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-\rho$ αν και μόνο αν, το ρ είναι ρίζα του $P(x)$, δηλαδή αν και μόνο αν $P(\rho) = 0$.

9 ΜΟΡΙΑ

- A.2.** Πότε ένα πολυώνυμο λέγεται μηδενικό πολυώνυμο; Πότε ένα πολυώνυμο λέγεται πολυώνυμο μηδενικού βαθμού;

3 ΜΟΡΙΑ

- B.1.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- a. Το άθροισμα των ν πρώτων όρων μιας γεωμετρικής προόδου α_v με πρώτο όρο α_1 και λόγο $\lambda \neq 1$ δίνεται από τον τύπο $\Sigma_v = \frac{\alpha_1(\lambda^v - 1)}{\lambda - 1}$
- β. Ο σταθερός όρος του πολυωνύμου $P(x) = (x^2 - 1)^{2009} + 2007x + 2009$ είναι 2009.
- γ. Η παράσταση $A = e^{\ln 10} + 10^{\log e}$ είναι ίση με $10 + e$.
- δ. Αν $\sin(\alpha + \beta) \neq 0$, $\sin \alpha \neq 0$ και $\sin \beta \neq 0$ τότε ισχύει $\epsilon \phi(\alpha - \beta) = \frac{\epsilon \phi \alpha + \epsilon \phi \beta}{1 - \epsilon \phi \alpha \cdot \epsilon \phi \beta}$.
- ε. Αν η διαίρεση ενός πολυωνύμου $P(x)$ 4^ο βαθμού δια του $x^2 + 1$ δεν είναι τέλεια τότε το υπόλοιπο είναι πολυώνυμο το πολύ 1^ο βαθμού.

5 ΜΟΡΙΑ

- B.2.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Αν το πολυώνυμο $P(x) = x^{2009} + 3\lambda x - 4$, όπου λ πραγματικός αριθμός, έχει παράγοντα το $x - 1$, τότε το λ είναι:

- A: -2
B: 2
Γ: 1
Δ: 0
Ε: -1

2 ΜΟΡΙΑ

B.3. Για ποιες τιμές του α η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{\alpha-2}{\alpha+2}\right)^x$ έχει νόημα στο R .

- A. $\alpha > -2$
- B. $\alpha < 2$
- C. $-2 < \alpha < 2$
- D. $\alpha < -2$ ή $\alpha > 2$
- E. $\alpha \leq -2$ ή $\alpha \geq 2$

2 MOPIA

B.4. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της Στήλης A και δίπλα σε κάθε γράμμα των αριθμών της Στήλης B που είναι λύση της εξίσωσης της Στήλης A.

Στήλη A	Στήλη B
A. $2^x = 32$	1. $x=9$
B. $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{8}{27}$	2. $x=10$
C. $\log_3 x = 2$	3. $x=5$
D. $\log_x 0,001 = -3$	4. $x=-3$
	5. $x = \frac{1}{10}$

4 MOPIA

ΘΕΜΑ 2^ο ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - (\alpha+3)x^2 + (2\beta+1)x - 2\alpha$, όπου α και β είναι πραγματικοί αριθμοί.

a) Αν ο αριθμός 2 είναι ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ δια του $x+1$ είναι -18, να βρεθούν τα α και β .

10 MOPIA

b) Για $\alpha=2$ και $\beta=\frac{7}{2}$:

i) Να λυθεί η εξίσωση $P(x)=0$.

5 MOPIA

ii) Να γίνει η διαίρεση του πολυωνύμου $P(x)$ δια του πολυωνύμου x^2+1 και να γραφεί το $P(x)$ με την ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης.

5 MOPIA

iii) Να λυθεί η ανίσωση $P(x) \geq 7x+1$.

5 MOPIA

ΘΕΜΑ 3^ο

A. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sin x$.

a) Να λυθεί η εξίσωση $f(2x) + 3f(x) + 2 = 0$

6 MOPIA

β) Αν $x = \frac{\pi}{3}$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$L = [1+f(x)+f^2(x)+\dots+f^{10}(x)]2^{10} - 38$$

7 MOPIA

B. Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = (1-2\alpha)^x$, $x \in \mathbb{R}$

a) Για ποιες πραγματικές τιμές του α ορίζεται στο \mathbb{R} η συνάρτηση g και είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της.

6 MOPIA

β) Για $\alpha = -1$ να λυθεί η εξίσωση $g(\eta \mu^2 x) + g(\sigma v^2 x) = 2\sqrt{3}$.

6 MOPIA**ΘΕΜΑ 4^ο**

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2 \ln x + 1}{2 \ln x - 1}$.

a) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f και το σημείο τομής της γραφικής της παράστασης με τον άξονα x' .

6 MOPIA

β) Να δείξετε ότι $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{f(x)}$ για κάθε $x > 0$ και $x \neq e^{\frac{1}{2}}, x \neq e^{-\frac{1}{2}}$.

6 MOPIA

γ) Να λυθεί η εξίσωση $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3$ για κάθε $x > 0$ και $x \neq e^{\frac{1}{2}}, x \neq e^{-\frac{1}{2}}$.

7 MOPIA

δ) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \ln f(e^{1000}) + \ln f(e^{1001}) + \ln f(e^{1002}) + \ln f(e^{1003}) + \ln f(e^{1004})$$

6 MOPIA